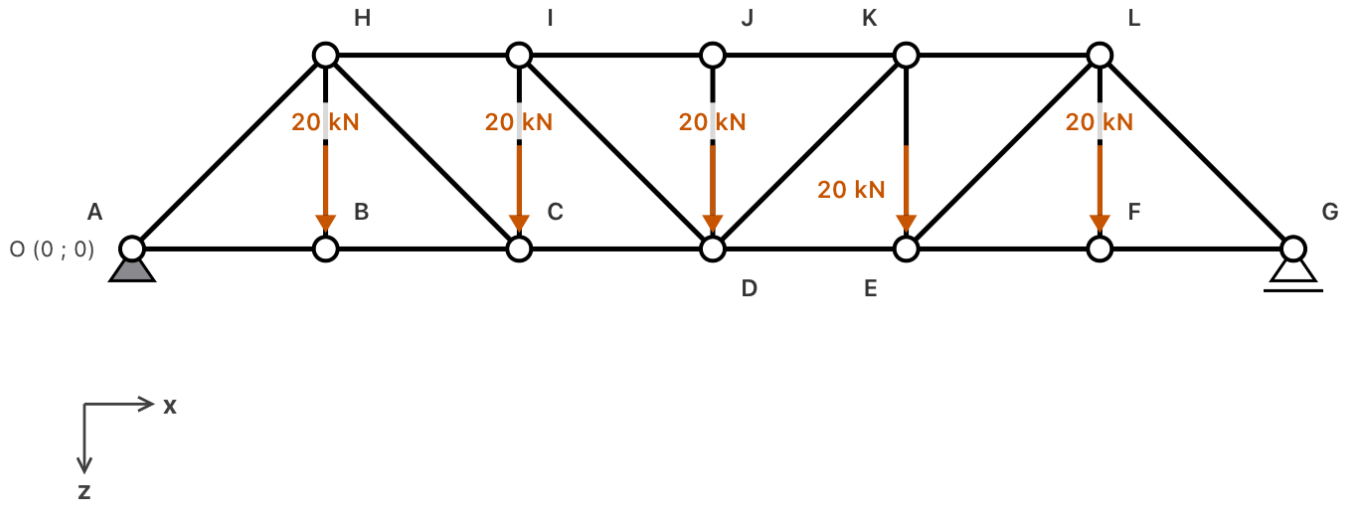
Pratt-Fachwerkbrücke

Fachwerkberechnung – Lösungsweg · 15. November 2026

Zusammenfassung

Größe	Wert	Stelle
größte Zugkraft	80,000 kN	C–D
größte Druckkraft	−90,000 kN	J–K
größte Auflagerreaktion	50,000 kN	A
größte Knotenverschiebung |u|	13,877 mm	J

1. System



Knoten	x (m)	z (m)	Lager
A	0	0	Festlager
B	3	0	–
C	6	0	–
D	9	0	–
E	12	0	–
F	15	0	–
G	18	0	Loslager
H	3	−3	–
I	6	−3	–
J	9	−3	–
K	12	−3	–
L	15	−3	–

x, z: globale Achsen, x nach rechts und z nach unten; die Knotenkoordinaten werden in Metern vom Ursprung (0 ; 0) gemessen. Kräfte sind H nach rechts und V nach oben positiv, Momente gegen den Uhrzeigersinn.

Stäbe: Länge L, Winkel α des Stabes ab seinem ersten Knoten, gegen den Uhrzeigersinn von der x-Achse gemessen, und die Dehnsteifigkeit EA.

Stab	L (m)	α (°)	E (GPa)	A (cm²)	EA (kN)
A–B	3	0	210	10	210000
B–C	3	0	210	10	210000
C–D	3	0	210	10	210000
D–E	3	0	210	10	210000
E–F	3	0	210	10	210000
F–G	3	0	210	10	210000
H–I	3	0	210	10	210000
I–J	3	0	210	10	210000
J–K	3	0	210	10	210000
K–L	3	0	210	10	210000
A–H	4,243	45	210	10	210000
L–G	4,243	315	210	10	210000
B–H	3	90	210	10	210000
C–I	3	90	210	10	210000
D–J	3	90	210	10	210000
E–K	3	90	210	10	210000
F–L	3	90	210	10	210000
H–C	4,243	315	210	10	210000
I–D	4,243	315	210	10	210000
K–D	4,243	225	210	10	210000
L–E	4,243	225	210	10	210000

2. Belastung

Knoten	H (kN)	V (kN)
B	0,000	−20,000
C	0,000	−20,000
D	0,000	−20,000
E	0,000	−20,000
F	0,000	−20,000

3. Grad der statischen Unbestimmtheit

n = s + a − 2k: s Stäbe, a Auflagerreaktionen (Festlager 2, Loslager 1), k Knoten; jeder Knoten liefert zwei Gleichgewichtsbedingungen. n = 0: so viele Unbekannte wie Gleichungen; n > 0: n Unbekannte mehr als Gleichungen.

```
n = s + a − 2k = 21 + 3 − 2·12 = 0
```

Statisch bestimmt

Das Fachwerk ist statisch bestimmt mit drei Auflagerreaktionen: diese folgen aus dem Gleichgewicht des ganzen Fachwerks (Abschnitt 4), die Stabkräfte Knoten für Knoten (Abschnitt 6).

4. Auflagerreaktionen

Schritt 1 – Bezugspunkt der Momentengleichung: A. Die dort angreifenden unbekannten Kräfte (A_H, A_V) haben um ihn keinen Hebelarm und fallen deshalb aus der Momentengleichung heraus.

Schritt 2 – jede Last durch ihre Resultierende ersetzen: eine Streckenlast durch eine Kraft W gleich der Fläche ihrer Lastfigur, die durch deren Schwerpunkt geht; eine Einzellast bleibt, wie sie ist.

Hebelarme: dx und dz sind die Abstände von A zur Wirkungslinie jeder Kraft (dx nach rechts, dz nach unten positiv). Das Moment einer Kraft um A ist:

```
M = V·dx + H·dz      (gegen den Uhrzeigersinn positiv)
```

Last	H (kN)	V (kN)	dx (m)	dz (m)	M um A
F B	0,000	−20,000	3,000	0,000	−60,000
F C	0,000	−20,000	6,000	0,000	−120,000
F D	0,000	−20,000	9,000	0,000	−180,000
F E	0,000	−20,000	12,000	0,000	−240,000
F F	0,000	−20,000	15,000	0,000	−300,000

Schritt 3 – die unbekannten Auflagerreaktionen sind A_H, A_V, G. Vorzeichen: horizontale Auflagerkräfte (_H) nach rechts, vertikale (_V) nach oben, Momente M gegen den Uhrzeigersinn positiv; die Kraft eines Loslagers wirkt in Richtung seiner Normalen.

```
G greift im Abstand dx = 18,000 m, dz = 0,000 m von A an.
```

Schritt 4 – Gleichgewichtsbedingungen. In der Momentengleichung sind die Lastglieder die letzte Spalte der Tabelle (von oben nach unten), gefolgt vom Moment der unbekannten Reaktion (Kraft × Hebelarm); dann bleibt in jeder Gleichung eine Unbekannte.

```
ΣM(A) = 0:  18,000·G − 60,000 [F B] − 120,000 [F C] − 180,000 [F D] − 240,000 [F E] − 300,000 [F F] = 0
   → G = 50,000 kN
ΣV = 0:  A_V + 50,000 − 20,000 [F B] − 20,000 [F C] − 20,000 [F D] − 20,000 [F E] − 20,000 [F F] = 0
   → A_V = 50,000 kN
ΣH = 0:  A_H = 0
   → A_H = 0,000 kN
```

Ein positives Ergebnis bedeutet, dass die Reaktion in der angenommenen Richtung wirkt.

Knoten	H (kN)	V (kN)
A	0,000	50,000
G	0,000	50,000

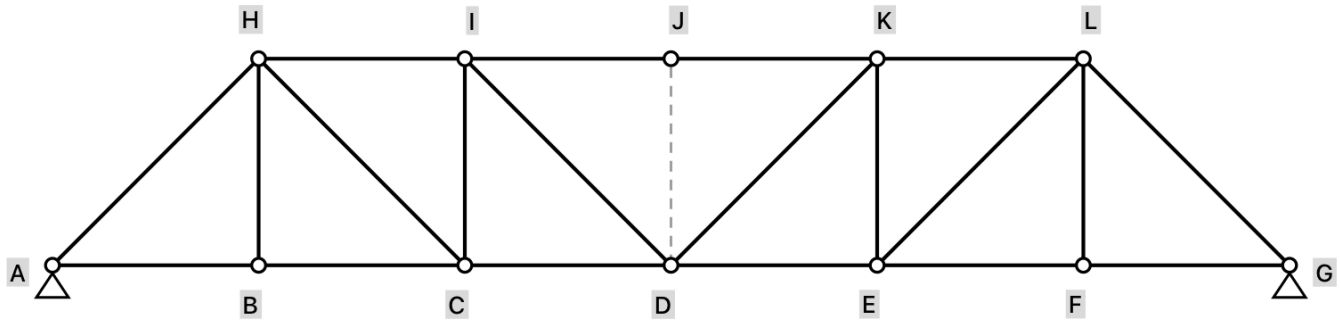
Kontrolle – auch die Summe der Kräfte und die der Momente um einen zweiten Punkt, G, müssen null sein (jedes Glied mit der Last oder Reaktion, zu der es gehört):

```
ΣH = 0 = 0,000 kN
ΣV = −20,000 [F B] − 20,000 [F C] − 20,000 [F D] − 20,000 [F E] − 20,000 [F F] + 50,000 [A] + 50,000 [G] = 0,000 kN
ΣM(G) = 300,000 [F B] + 240,000 [F C] + 180,000 [F D] + 120,000 [F E] + 60,000 [F F] − 900,000 [A] = 0,000 kN·m
```

Alle drei Summen sind im Rahmen der Rundung null: das System ist im Gleichgewicht.

5. Nullstäbe

An einem unbelasteten Knoten ohne Lager finden zwei Regeln Stäbe ohne Kraft: (1) zwei Stäbe, die nicht auf einer Geraden liegen, sind beide Nullstäbe; (2) von drei Stäben, von denen zwei auf einer Geraden liegen, ist der dritte ein Nullstab. Gefundene Nullstäbe werden weggelassen und die Regeln erneut angewandt.



Nullstäbe gestrichelt

```
J: unbelastet, I–J, J–K auf einer Geraden (Regel 2)  →  S(D–J) = 0
```

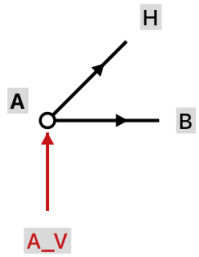
Unter diesen Lasten können weitere Stäbe kraftlos sein (siehe Abschnitt 9); die Regeln finden nur diese.

6. Knotenpunktverfahren

Jeder Knoten ist im Gleichgewicht: ΣH = 0 und ΣV = 0. Die Knoten werden so nacheinander genommen, dass an jedem höchstens zwei Stabkräfte unbekannt sind. Jede Stabkraft wird als Zugkraft angesetzt, die den Knoten entlang des Stabes zieht; die Zahl dahinter ist die Komponente des Einheitsvektors vom Knoten zum anderen Stabende (H nach rechts, V nach oben). Ein negatives Ergebnis ist Druck.

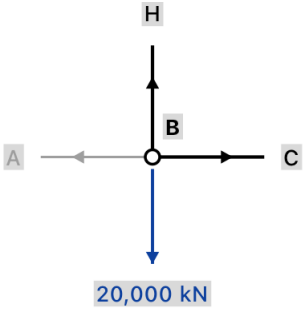
Die Nullstäbe aus Abschnitt 5 (S(D–J)) sind bekannt: sie gehen mit der Kraft 0 in die Gleichungen ein.

Knoten A – unbekannt: S(A–B), S(A–H)



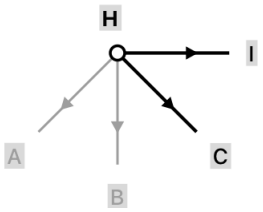

```
ΣH = 0:  S(A–B)·1,0000 + S(A–H)·0,7071 = 0
ΣV = 0:  S(A–H)·0,7071 + 50,000 [A_V] = 0
→ S(A–B) = 50,000 kN (Zug)
→ S(A–H) = −70,711 kN (Druck)
```

Knoten B – unbekannt: S(B–C), S(B–H)




```
ΣH = 0:  −(50,000)·1,0000 + S(B–C)·1,0000 = 0
ΣV = 0:  S(B–H)·1,0000 − 20,000 [F B] = 0
→ S(B–C) = 50,000 kN (Zug)
→ S(B–H) = 20,000 kN (Zug)
```

Knoten H – unbekannt: S(H–I), S(H–C)



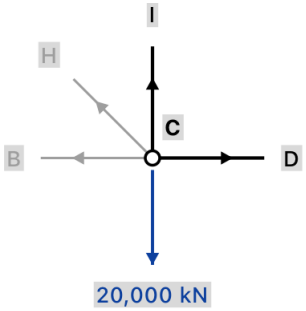
ΣH = 0: S(H–I)·1,0000 − (−70,711)·0,7071 + S(H–C)·0,7071 = 0

ΣV = 0: −(−70,711)·0,7071 − (20,000)·1,0000 − S(H–C)·0,7071 = 0

→ S(H–I) = −80,000 kN (Druck)

→ S(H–C) = 42,426 kN (Zug)

Knoten C – unbekannt: S(C–D), S(C–I)



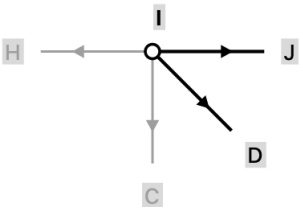
ΣH = 0: −(50,000)·1,0000 + S(C–D)·1,0000 − (42,426)·0,7071 = 0

ΣV = 0: S(C–I)·1,0000 + (42,426)·0,7071 − 20,000 [F C] = 0

→ S(C–D) = 80,000 kN (Zug)

→ S(C–I) = −10,000 kN (Druck)

Knoten I – unbekannt: S(I–J), S(I–D)



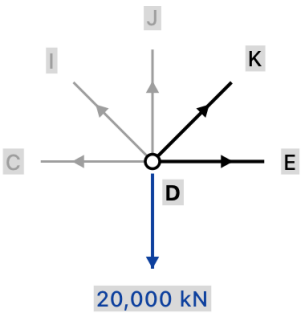
ΣH = 0: −(−80,000)·1,0000 + S(I–J)·1,0000 + S(I–D)·0,7071 = 0

ΣV = 0: −(−10,000)·1,0000 − S(I–D)·0,7071 = 0

→ S(I–J) = −90,000 kN (Druck)

→ S(I–D) = 14,142 kN (Zug)

Knoten D – unbekannt: S(D–E), S(K–D)



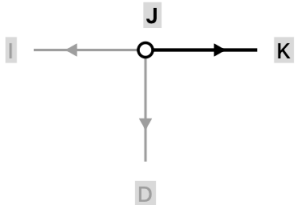
ΣH = 0: −(80,000)·1,0000 + S(D–E)·1,0000 − (14,142)·0,7071 + S(K–D)·0,7071 = 0

ΣV = 0: (0,000)·1,0000 + (14,142)·0,7071 + S(K–D)·0,7071 − 20,000 [F D] = 0

→ S(D–E) = 80,000 kN (Zug)

→ S(K–D) = 14,142 kN (Zug)

Knoten J – unbekannt: S(J–K)

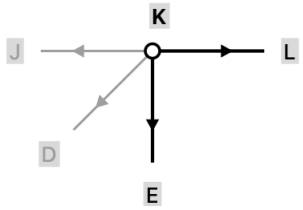


ΣH = 0: −(−90,000)·1,0000 + S(J–K)·1,0000 = 0

ΣV = 0: −(0,000)·1,0000 = 0

→ S(J–K) = −90,000 kN (Druck)

Knoten K – unbekannt: S(K–L), S(E–K)



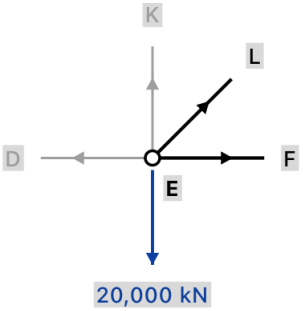
ΣH = 0: −(−90,000)·1,0000 + S(K–L)·1,0000 − (14,142)·0,7071 = 0

ΣV = 0: −S(E–K)·1,0000 − (14,142)·0,7071 = 0

→ S(K–L) = −80,000 kN (Druck)

→ S(E–K) = −10,000 kN (Druck)

Knoten E – unbekannt: S(E–F), S(L–E)



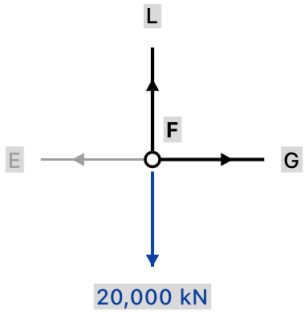
ΣH = 0: −(80,000)·1,0000 + S(E–F)·1,0000 + S(L–E)·0,7071 = 0

ΣV = 0: (−10,000)·1,0000 + S(L–E)·0,7071 − 20,000 [F E] = 0

→ S(E–F) = 50,000 kN (Zug)

→ S(L–E) = 42,426 kN (Zug)

Knoten F – unbekannt: S(F–G), S(F–L)



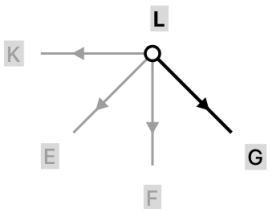
ΣH = 0: −(50,000)·1,0000 + S(F–G)·1,0000 = 0

ΣV = 0: S(F–L)·1,0000 − 20,000 [F F] = 0

→ S(F–G) = 50,000 kN (Zug)

→ S(F–L) = 20,000 kN (Zug)

Knoten L – unbekannt: S(L–G)



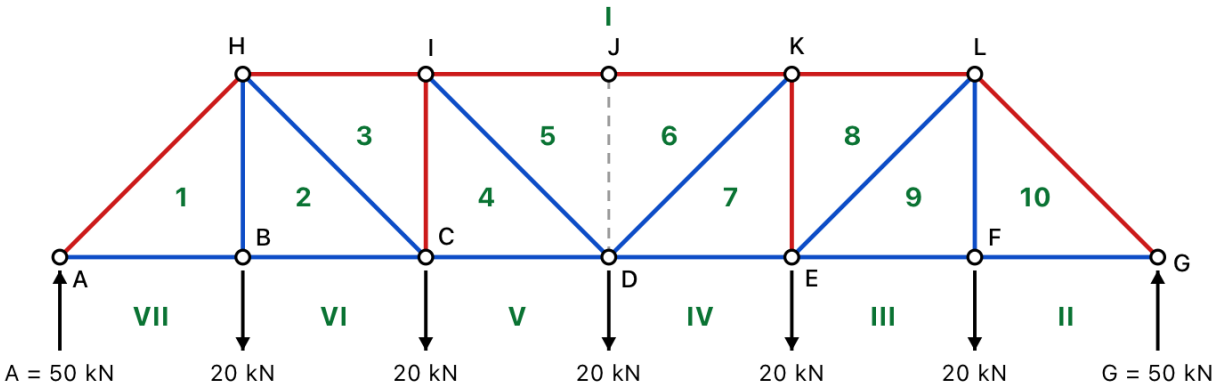
ΣH = 0: −(−80,000)·1,0000 + S(L–G)·0,7071 − (42,426)·0,7071 = 0

ΣV = 0: −S(L–G)·0,7071 − (20,000)·1,0000 − (42,426)·0,7071 = 0

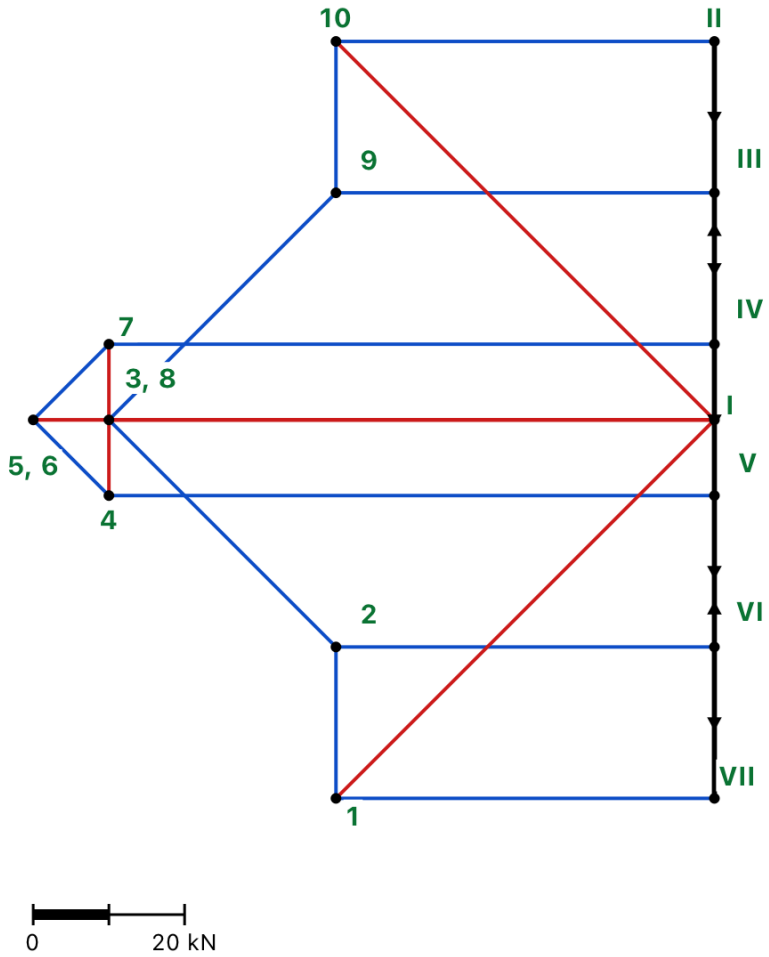
→ S(L–G) = −70,711 kN (Druck)

7. Cremonaplan

Der Cremonaplan löst das Fachwerk zeichnerisch: die Kraftecke aller Knoten in einer Figur, jede Stabkraft genau einmal, als Strecke parallel zu ihrem Stab, deren Länge im Kräftemaßstab die Kraft ist. Die Bow'sche Bezeichnung benennt die Felder zwischen den Kräften: außerhalb des Fachwerks I, II, III … zwischen den äußeren Kräften, im Uhrzeigersinn um das Fachwerk vom linken Lager aus; innen die Felder 1, 2, 3 … Ein Stab oder eine äußere Kraft heißt nach den beiden Feldern, die sie trennt.



Lageplan: die äußeren Kräfte (Lasten und Auflagerkräfte) und die Felder



Kräfteplan, Kräftemaßstab 1 cm ≙ 10 kN (auf A4 bei 100 % gedruckt); Zug blau, Druck rot

Zuerst werden die äußeren Kräfte aneinandergereiht, im Uhrzeigersinn um das Fachwerk: G = 50,000 kN (I–II), F F = 20,000 kN (II–III), F E = 20,000 kN (III–IV), F D = 20,000 kN (IV–V), F C = 20,000 kN (V–VI), F B = 20,000 kN (VI–VII), A = 50,000 kN (VII–I). Ihr Krafteck schließt sich, da das Fachwerk im Gleichgewicht ist.

Dann die Knoten, jeder mit höchstens zwei unbekannten Stäben, in dieser Reihenfolge; jeder Knoten wird im Uhrzeigersinn umfahren, die bekannten Kräfte zuerst:

1. A: VII → I → 1 → VII, liefert S(A–B), S(A–H)
2. B: VI → VII → 1 → 2 → VI, liefert S(B–C), S(B–H)
3. H: 2 → 1 → I → 3 → 2, liefert S(H–I), S(H–C)
4. C: V → VI → 2 → 3 → 4 → V, liefert S(C–D), S(C–I)
5. I: 4 → 3 → I → 5 → 4, liefert S(I–J), S(I–D)
6. D: IV → V → 4 → 5 → 6 → 7 → IV, liefert S(D–E), S(K–D)
7. J: 6 → 5 → I → 6, liefert S(J–K)
8. K: 7 → 6 → I → 8 → 7, liefert S(K–L), S(E–K)
9. E: III → IV → 7 → 8 → 9 → III, liefert S(E–F), S(L–E)
10. F: II → III → 9 → 10 → II, liefert S(F–G), S(F–L)
11. L: 10 → 9 → 8 → I → 10, liefert S(L–G)

Ablesen einer Stabkraft: den Knoten im Uhrzeigersinn umfahren und die Strecke des Stabes im Kräfteplan in dieser Reihenfolge ihrer beiden Felder durchlaufen; in den Knoten übertragen bedeutet ein Pfeil vom Knoten weg Zug, zum Knoten hin Druck. Länge mal Maßstab ist die Kraft.

Stäbe ohne Kraft (D–J) sind im Kräfteplan Punkte: ihre beiden Felder haben denselben Punkt.

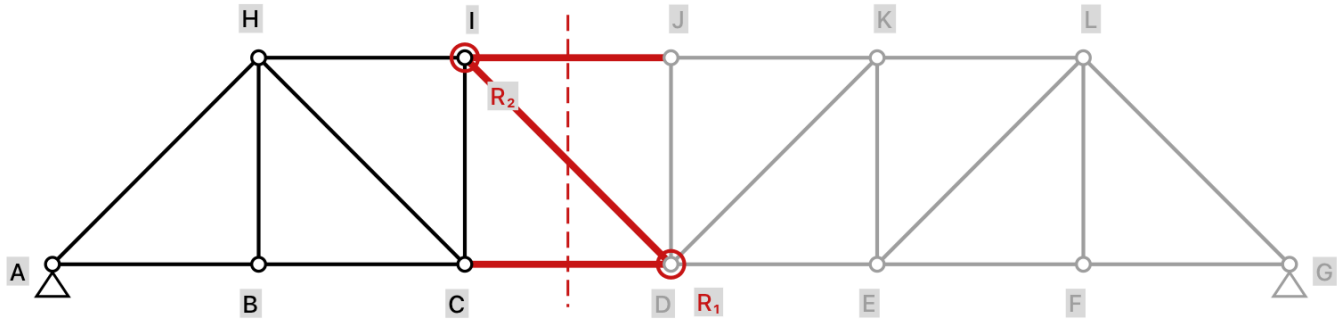
Kontrolle: jede Strecke im Kräfteplan gemessen (auf 0,1 mm), die daraus abgelesene Kraft und die Steifigkeitsrechnung.

Stab	Felder	ℓ im Plan (cm)	S aus dem Plan (kN)	S Steifigkeitsrechnung (kN)
A–B	VII–1	5,00	50,00	50,000
B–C	VI–2	5,00	50,00	50,000
C–D	V–4	8,00	80,00	80,000
D–E	IV–7	8,00	80,00	80,000
E–F	III–9	5,00	50,00	50,000
F–G	II–10	5,00	50,00	50,000
H–I	I–3	8,00	−80,00	−80,000
I–J	I–5	9,00	−90,00	−90,000
J–K	I–6	9,00	−90,00	−90,000
K–L	I–8	8,00	−80,00	−80,000
A–H	I–1	7,07	−70,70	−70,711
L–G	I–10	7,07	−70,70	−70,711
B–H	1–2	2,00	20,00	20,000
C–I	3–4	1,00	−10,00	−10,000
D–J	5–6	0,00	0,00	0,000
E–K	7–8	1,00	−10,00	−10,000
F–L	9–10	2,00	20,00	20,000
H–C	2–3	4,24	42,40	42,426
I–D	4–5	1,41	14,10	14,142
K–D	6–7	1,41	14,10	14,142
L–E	8–9	4,24	42,40	42,426

8. Rittersches Schnittverfahren

Ein Schnitt durch drei Stäbe, die sich weder in einem Punkt schneiden noch alle parallel sind, teilt das Fachwerk in zwei Teile. Jede Schnittkraft folgt aus einer Gleichung eines Teils: dem Momentengleichgewicht um den Schnittpunkt der beiden anderen geschnittenen Stäbe (Ritterpunkt) oder, wenn diese parallel sind, dem Kräftegleichgewicht quer zu ihnen. Die Schnittkräfte werden als Zugkräfte angesetzt.

Schnitt durch I–J, C–D, I–D; die Gleichungen gelten für den Teil mit den Knoten A, B, C, H, I (schwarz gezeichnet).



Geschnittene Stäbe rot, Ritterpunkte R

Äußere Kräfte an diesem Teil:

Kraft	H (kN)	V (kN)	x (m)	z (m)
A	0,000	50,000	0,000	0,000
F B	0,000	−20,000	3,000	0,000
F C	0,000	−20,000	6,000	0,000

S(I–J): Ritterpunkt R_1 = Schnittpunkt von C–D und I–D, Knoten D. Deren Kräfte haben um ihn kein Moment:

$$\Sigma M(R_1) = 0: \quad -S(I–J)\cdot 3{,}000 - 450{,}000\ [A] + 120{,}000\ [F\ B] + 60{,}000\ [F\ C] = 0$$

$$\rightarrow S(I–J) = -90{,}000\ kN\ (Druck)$$

Derselbe Wert wie beim Knotenpunktverfahren (Abschnitt 6).

S(C–D): Ritterpunkt R_2 = Schnittpunkt von I–J und I–D, Knoten I. Deren Kräfte haben um ihn kein Moment:

$$\Sigma M(R_2) = 0: \quad S(C–D)\cdot 3{,}000 - 300{,}000\ [A] + 60{,}000\ [F\ B] = 0$$

$$\rightarrow S(C–D) = 80{,}000\ kN\ (Zug)$$

Derselbe Wert wie beim Knotenpunktverfahren (Abschnitt 6).

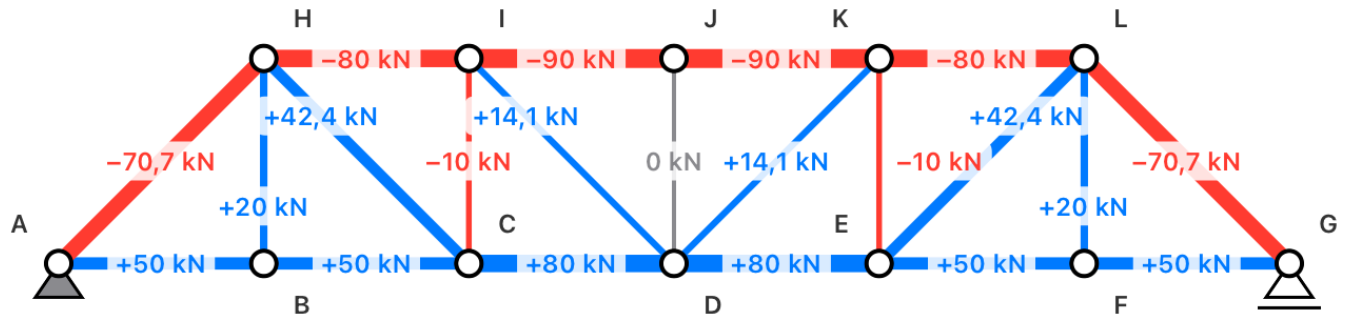
S(I–D): I–J und C–D sind parallel, daher folgt sie aus den Kräften quer zu ihnen:

$$\Sigma V = 0: \quad -S(I–D)\cdot 0{,}7071 + 50{,}000\ [A] - 20{,}000\ [F\ B] - 20{,}000\ [F\ C] = 0$$

$$\rightarrow S(I–D) = 14{,}142\ kN\ (Zug)$$

Derselbe Wert wie beim Knotenpunktverfahren (Abschnitt 6).

9. Stabkräfte



Zug blau, Druck rot; die Strichstärke wächst mit der Kraft

Stabkräfte aus der Steifigkeitsrechnung; positive Werte sind Zug, negative Druck. σ ist die Normalspannung.

Stab	L (m)	S (kN)	σ = S/A (MPa)	Art
A–B	3,000	50,000	50,000	Zug
B–C	3,000	50,000	50,000	Zug
C–D	3,000	80,000	80,000	Zug
D–E	3,000	80,000	80,000	Zug
E–F	3,000	50,000	50,000	Zug
F–G	3,000	50,000	50,000	Zug
H–I	3,000	−80,000	−80,000	Druck
I–J	3,000	−90,000	−90,000	Druck
J–K	3,000	−90,000	−90,000	Druck
K–L	3,000	−80,000	−80,000	Druck
A–H	4,243	−70,711	−70,711	Druck
L–G	4,243	−70,711	−70,711	Druck
B–H	3,000	20,000	20,000	Zug
C–I	3,000	−10,000	−10,000	Druck
D–J	3,000	0,000	0,000	Nullstab
E–K	3,000	−10,000	−10,000	Druck
F–L	3,000	20,000	20,000	Zug
H–C	4,243	42,426	42,426	Zug
I–D	4,243	14,142	14,142	Zug
K–D	4,243	14,142	14,142	Zug
L–E	4,243	42,426	42,426	Zug

10. Verschiebungen

Knotenverschiebungen aus der Steifigkeitsrechnung K·d = F; u_z ist nach unten positiv.

Knoten	u_x (mm)	u_z (mm)
A	0,000	0,000
B	0,714	7,306
C	1,429	11,804
D	2,571	13,637

Knoten	u_x (mm)	u_z (mm)
E	3,714	11,804
F	4,429	7,306
G	5,143	0,000
H	5,000	7,020
I	3,857	11,947
J	2,571	13,637
K	1,286	11,947
L	0,143	7,020

Arbeitssatz (Prinzip der virtuellen Kräfte) für die größte Verschiebung, Knoten D nach unten: dort wirkt allein eine Einheitslast 1 in dieser Richtung; mit ihren Stabkräften $\bar{S}$ (kN je kN der Einheitslast) gilt

$$\delta = \Sigma\, S \cdot \bar{S} \cdot L \,/\, (EA)$$

Stab	S (kN)	$\bar{S}$	L (m)	EA (kN)	$S \cdot \bar{S} \cdot L/EA$ (mm)
A–B	50,000	0,5000	3,000	210000	0,3571
B–C	50,000	0,5000	3,000	210000	0,3571
C–D	80,000	1,0000	3,000	210000	1,1429
D–E	80,000	1,0000	3,000	210000	1,1429
E–F	50,000	0,5000	3,000	210000	0,3571
F–G	50,000	0,5000	3,000	210000	0,3571
H–I	−80,000	−1,0000	3,000	210000	1,1429
I–J	−90,000	−1,5000	3,000	210000	1,9286
J–K	−90,000	−1,5000	3,000	210000	1,9286
K–L	−80,000	−1,0000	3,000	210000	1,1429
A–H	−70,711	−0,7071	4,243	210000	1,0102
L–G	−70,711	−0,7071	4,243	210000	1,0102
B–H	20,000	0,0000	3,000	210000	0,0000
C–I	−10,000	−0,5000	3,000	210000	0,0714
D–J	0,000	0,0000	3,000	210000	0,0000
E–K	−10,000	−0,5000	3,000	210000	0,0714
F–L	20,000	0,0000	3,000	210000	0,0000
H–C	42,426	0,7071	4,243	210000	0,6061
I–D	14,142	0,7071	4,243	210000	0,2020
K–D	14,142	0,7071	4,243	210000	0,2020
L–E	42,426	0,7071	4,243	210000	0,6061

$$\delta = 13{,}637 \text{ mm nach unten} \quad (u_z(D) = 13{,}637 \text{ mm})$$

Die Summe stimmt mit der Steifigkeitsrechnung überein.

11. Gleichgewicht der Knoten

Kontrolle: an jedem Knoten ergeben Stabkräfte, Knotenlast und Auflagerkraft in H und in V die Summe null. Der größte Rest aller Knoten:

$$\max(|\Sigma H|, |\Sigma V|) = 0{,}000 \text{ kN}$$

Jeder Knoten ist im Rahmen der Rundung im Gleichgewicht.

TrussCalc ist ein Lernwerkzeug für Studierende. Prüfe die Ergebnisse von Hand oder mit anderer Software, bevor du sie für ein reales Tragwerk verwendest. Für die Richtigkeit der Ergebnisse wird keine Gewähr übernommen; für ihre Verwendung ist allein der Nutzer verantwortlich. Der Entwickler haftet unbeschränkt bei Vorsatz und grober Fahrlässigkeit, bei Verletzung des Lebens, des Körpers oder der Gesundheit sowie nach dem Produkthaftungsgesetz. Bei leichter Fahrlässigkeit haftet er nur bei Verletzung einer wesentlichen Vertragspflicht (einer Pflicht, deren Erfüllung die ordnungsgemäße Durchführung des Vertrags überhaupt erst ermöglicht und auf deren Einhaltung der Nutzer regelmäßig vertrauen darf) und nur für den vertragstypischen, vorhersehbaren Schaden; im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.