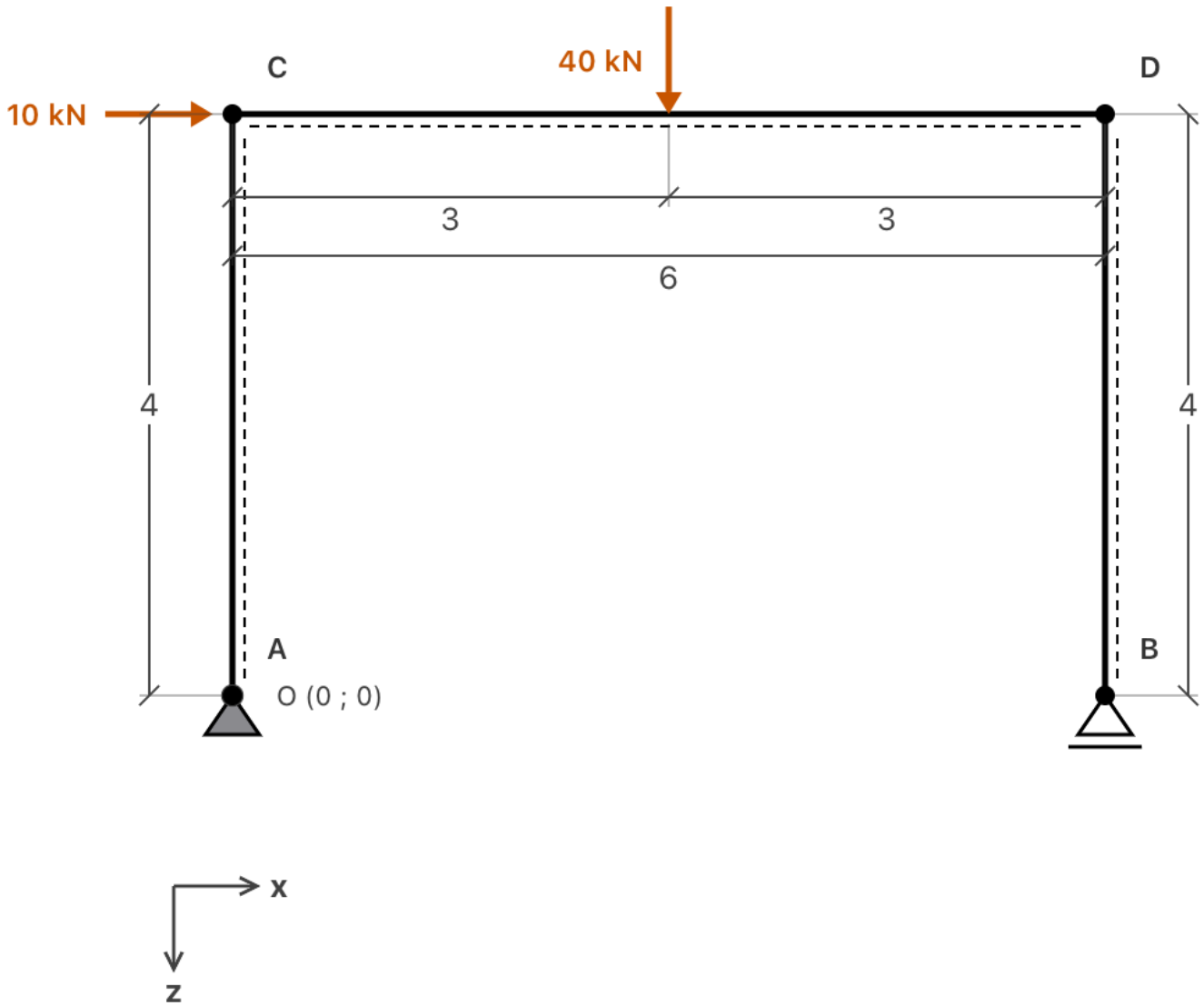
Portalrahmen

Rahmenberechnung – Lösungsweg · 15. November 2026

Zusammenfassung

Größe	Wert	Stelle
max |M|	80,000 kN·m	C–D, x = 3,000 m
max |Q|	26,667 kN	C–D, x = 3,000 m
max |N|	26,667 kN	B–D, x = 0,000 m
größte Auflagerreaktion	26,667 kN	B
Größte Verschiebung |u| eines Punktes	172,923 mm	B (B–D)

1. System



Knoten	x (m)	z (m)	Lager
A	0	0	Festlager
B	6	0	Loslager
C	0	−4	–

Knoten	x (m)	z (m)	Lager
D	6	−4	–

x, z: globale Achsen, x nach rechts und z nach unten; die Knotenkoordinaten werden in Metern vom Ursprung (0 ; 0) gemessen. Kräfte sind H nach rechts und V nach oben positiv, Momente gegen den Uhrzeigersinn.

Stab	L (m)	Querschnitt	E (GPa)	A (cm²)	I (cm⁴)	Gelenk bei
A–C	4	IPE 240	210	39,1	3892	–
C–D	6	IPE 240	210	39,1	3892	–
B–D	4	IPE 240	210	39,1	3892	–

2. Belastung

Knoten	H (kN)	V (kN)	M (kN·m)
C	10,000	0,000	0,000

Stab	Art	Wert	Lage ab Stabanfang	Richtung
C–D	Einzellast	P = 40,000 kN	x = 3,000 m	α = 90°

Die Richtung α ist die Seite, von der die Last kommt, von rechts gegen den Uhrzeigersinn gemessen: 90° = von oben (eine abwärts gerichtete Last). Momente sind gegen den Uhrzeigersinn positiv.

3. Grad der statischen Unbestimmtheit

n = 3m − h + r − (3j − g): m Stäbe, h gelenkig angeschlossene Stabenden, r Auflagerreaktionen, j Knoten, g Knoten, die reine Gelenke sind. n = 0: die Gleichgewichtsbedingungen allein reichen aus; n > 0: das System hat n Unbekannte mehr als Gleichungen; n < 0: es ist kinematisch (verschieblich).

```
n = 3·3 − 0 + 3 − (3·4 − 0) = 0
```

Statisch bestimmt

4. Auflagerreaktionen

Schritt 1 – Bezugspunkt der Momentengleichung: A. Die dort angreifenden unbekannten Kräfte (A_H, A_V) haben um ihn keinen Hebelarm und fallen deshalb aus der Momentengleichung heraus.

Schritt 2 – jede Last durch ihre Resultierende ersetzen: eine Streckenlast durch eine Kraft W gleich der Fläche ihrer Lastfigur, die durch deren Schwerpunkt geht; eine Einzellast bleibt, wie sie ist.

Hebelarme: dx und dz sind die Abstände von A zur Wirkungslinie jeder Kraft (dx nach rechts, dz nach unten positiv). Das Moment einer Kraft um A ist:

```
M = V·dx + H·dz      (gegen den Uhrzeigersinn positiv)
```

Last	H (kN)	V (kN)	dx (m)	dz (m)	M um A
F C	10,000	0,000	0,000	−4,000	−40,000
P C–D	0,000	−40,000	3,000	−4,000	−120,000

Schritt 3 – die unbekannten Auflagerreaktionen sind A_H, A_V, B. Vorzeichen: horizontale Auflagerkräfte (_H) nach rechts, vertikale (_V) nach oben, Momente M gegen den Uhrzeigersinn positiv; die Kraft eines Loslagers wirkt in Richtung seiner Normalen.

```
B greift im Abstand dx = 6,000 m, dz = 0,000 m von A an.
```

Schritt 4 – Gleichgewichtsbedingungen. In der Momentengleichung sind die Lastglieder die letzte Spalte der Tabelle (von oben nach unten), gefolgt vom Moment der unbekannten Reaktion (Kraft × Hebelarm); dann bleibt in jeder Gleichung eine Unbekannte.

```
ΣM(A) = 0:  6,000·B − 40,000 [F C] − 120,000 [P C–D] = 0
   → B = 26,667 kN
```

ΣV = 0: A_V + 26,667 − 40,000 [P C–D] = 0
→ A_V = 13,333 kN
ΣH = 0: A_H + 10,000 [F C] = 0
→ A_H = −10,000 kN

Ein positives Ergebnis bedeutet, dass die Reaktion in der angenommenen Richtung wirkt.

Knoten	H (kN)	V (kN)	M (kN·m)
A	−10,000	13,333	0,000
B	0,000	26,667	0,000

Kontrolle – auch die Summe der Kräfte und die der Momente um einen zweiten Punkt, B, müssen null sein (jedes Glied mit der Last oder Reaktion, zu der es gehört):

ΣH = 10,000 [F C] − 10,000 [A] = 0,000 kN
ΣV = −40,000 [P C–D] + 13,333 [A] + 26,667 [B] = 0,000 kN
ΣM(B) = −40,000 [F C] + 120,000 [P C–D] − 80,000 [A] = 0,000 kN·m

Alle drei Summen sind im Rahmen der Rundung null: das System ist im Gleichgewicht.

5. Schnittgrößen an den Stabenden

Lokale Achsen: x verläuft vom ersten zum zweiten Knoten im Stabnamen, z ist x um 90° im Uhrzeigersinn gedreht – die Seite der gestrichelten Faser. N ist als Zug positiv; M ist positiv, wenn es die gestrichelte Faser (+z) dehnt. Werte jeweils unmittelbar innerhalb des Stabes.

Stab	L (m)	Knoten	N	Q	M
A–C	4	A	−13,333	10,000	0,000
		C	−13,333	10,000	40,000
C–D	6	C	0,000	13,333	40,000
		D	0,000	−26,667	0,000
B–D	4	B	−26,667	0,000	0,000
		D	−26,667	0,000	0,000

N, Q in kN; M in kN·m.

6. Schnittgrößenverläufe der Stäbe

Den Stab im Abstand x von seinem Anfang schneiden und das linke Teil ins Gleichgewicht setzen: N(x) = N(0) − (Längslasten links vom Schnitt), Q(x) = Q(0) + (Querlasten links vom Schnitt), M(x) = M(0) + Q(0)·x + (Momente dieser Lasten um den Schnitt); N(0), Q(0), M(0) sind die Werte unmittelbar nach dem Anfang. Die Belastung ändert sich an Einzellasten und an den Enden von Streckenlasten, daher hat jeder Bereich eigene Formeln.

A–C: 0,000 ≤ x ≤ 4,000 m

N(x) = −13,333
Q(x) = 10,000
M(x) = 10,000·x

C–D: 0,000 ≤ x ≤ 3,000 m

N(x) = 0
Q(x) = 13,333
M(x) = 40,000 + 13,333·x

C–D: 3,000 ≤ x ≤ 6,000 m

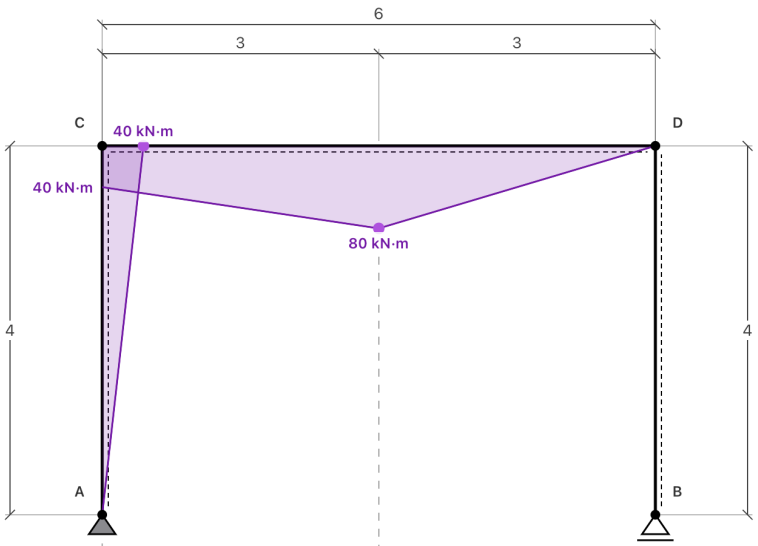
N(x) = 0
Q(x) = −26,667
M(x) = 160,000 − 26,667·x

B–D: 0,000 ≤ x ≤ 4,000 m

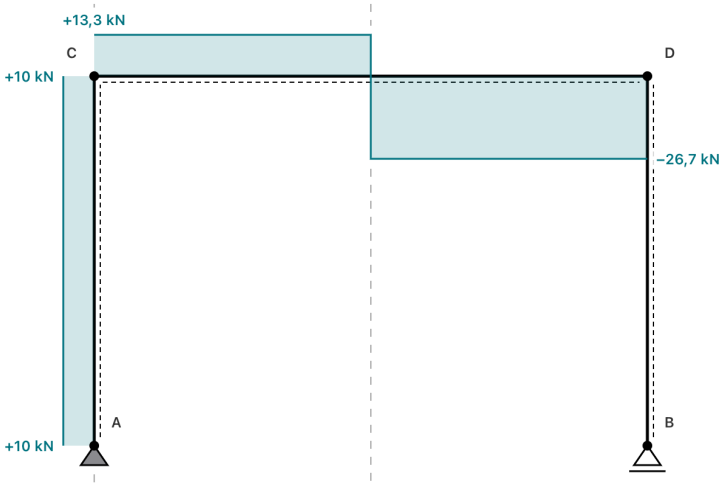
```
N(x) = −26,667
Q(x) = 0
M(x) = 0
```

x in m, N und Q in kN, M in kN·m.

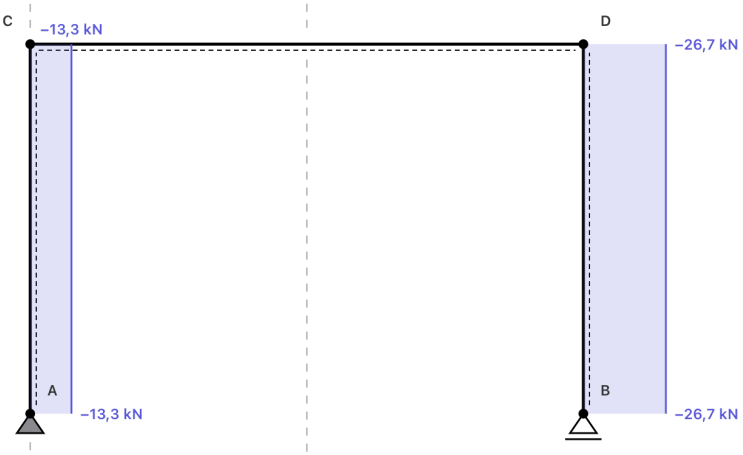
7. Zustandslinien



Biegemoment M (auf der Zugseite angetragen)



Querkraft Q



Normalkraft N

Die gestrichelten Linien führen von den Nullstellen und Extremwerten von M durch die Q und N-Linie(n) nach unten.

8. Nullstellen und Extremwerte von M

Wo die Querkraft Q null ist, hat das Moment M einen Extremwert. Abstände werden entlang des Stabes gemessen.

Stab	Stelle	M (kN·m)	x ab Anfang (m)	x ab Ende (m)
A–C	Maximum M	40,000	4,000	0,000
C–D	Maximum M	80,000	3,000	3,000

9. Verschiebungen und Durchbiegung

Die Verschiebungen folgen aus der Steifigkeitslösung (EI der Querschnitte). Die Durchbiegung f eines Stabes ist der größte Abstand seiner Biegelinie von der Geraden zwischen seinen verschobenen Enden; sie wird mit L/300 verglichen. Die Grenze L/300 ist ein üblicher Wert für die Gebrauchstauglichkeit; welche Grenze gilt, hängt von der Norm und vom Bauteil ab.

Knoten	u_x (mm)	u_z (mm)	θ (mrad)
A	0,000	0,000	−30,599
B	172,923	0,000	15,895
C	109,344	0,065	−20,811
D	109,344	0,130	15,895

Verschiebungen: die Knotenverschiebungen d lösen die Steifigkeitsbeziehung der freien Freiheitsgrade (die Lager halten die übrigen fest).

$$K_{ff} \cdot d_f = F_f \qquad d = (u_x, u_z, \theta) \text{ je Knoten}$$

Durchbiegung eines Stabes: die Biegelinie folgt aus EI·v″ = M, zweimal vom Stabanfang aus integriert; die Konstante ϕ(0) (Drehwinkel der Biegelinie am Anfang gegenüber der lokalen Achse) ergibt sich aus der Verschiebung des Stabendes. v wird senkrecht zum Stab gemessen und ist zur −z-Seite positiv (von der gestrichelten Faser weg; bei einem von links nach rechts gezeichneten Stab nach oben). Ausgeführt für den Stab mit der größten Durchbiegung:

$$EI \cdot v''(x) = M(x)$$

$$v(x) = v(0) + \phi(0)\cdot x + J(x)/EI, \quad J(x) = \int_0^x (x - s)\cdot M(s)\, ds$$

$$\phi(0) = (v(L) - v(0) - J(L)/EI) / L \qquad f = \max |v(x) - [v(0) + (v(L) - v(0))\cdot x/L]|$$

Stab C–D mit Zahlen:

$$c = \cos\alpha = 1{,}0000, \quad s = \sin\alpha = 0{,}0000, \quad L = 6{,}000 \text{ m}$$

$$v(0) = -s\cdot u_{x,C} - c\cdot u_{z,C} = -(0{,}0000)\cdot(109{,}344) - (1{,}0000)\cdot(0{,}065) = -0{,}065 \text{ mm}$$

$$v(L) = -s\cdot u_{x,D} - c\cdot u_{z,D} = -(0{,}0000)\cdot(109{,}344) - (1{,}0000)\cdot(0{,}130) = -0{,}130 \text{ mm}$$

$$EI = 210000000\cdot 3892{,}0\cdot 10^{-8} = 8173{,}2 \text{ kN·m²}$$

$$J(L) = 1020{,}0000 \text{ kN·m³} \rightarrow J(L)/EI = 124{,}798 \text{ mm}$$

$$\phi(0) = ((-0{,}130) - (-0{,}065) - (124{,}798))/6{,}000 = -20{,}811 \text{ mrad}$$

$$x = 2{,}874 \text{ m}: \quad J(x) = 217{,}8945 \text{ kN·m³}, \quad v(x) = (-0{,}065) + (-20{,}811 \text{ mrad})\cdot(2{,}874 \text{ m}) + (26{,}660) = -33{,}208 \text{ mm}$$

$$v_{chord}(x) = (-0{,}065) + ((-0{,}130) - (-0{,}065))\cdot 2{,}874 / 6{,}000 = -0{,}096 \text{ mm}$$

$$f = |(-33{,}208) - (-0{,}096)| = 33{,}112 \text{ mm}$$

Längs des Stabes verläuft die Verschiebung u(x) linear zwischen den Endwerten.

Stab	x ab Anfang (m)	f (mm)	L/f	L/300 (mm)	L/300
A–C	2,309	5,023	L/796	13,333	✓
C–D	2,874	33,112	L/181	20,000	überschritten

10. Spannungen im Querschnitt

Normalspannung σ(z) = N/A + M·z/I_y und Schubspannung τ(z) = Q·S(z)/(I_y·b(z)): z vom Schwerpunkt zur Faser, die ein positives M dehnt (die gestrichelte Faser), S(z) das statische Moment des Querschnittsteils jenseits von z, b(z) seine Breite dort. Berechnet an der Stelle des größten |M| und an der des größten |Q|. Nur zum Lernen: die Spannungen werden nicht mit einer Festigkeit verglichen.

Stab C–D, x = 3,000 m ab C (größtes |M|):

Querschnitt IPE 240: A = 39,1 cm², I_y = 3892 cm⁴, h = 240 mm, W_el,y = 2·I_y/h = 324,3 cm³.

N = 0,000 kN, Q = 13,333 kN, M = 80,000 kN·m

σ = N/A ± M/W_el,y = 0 N / 3910 mm² ± 8·10⁷ N·mm / 324333,3 mm³

= 0,00 ± 246,66 N/mm²

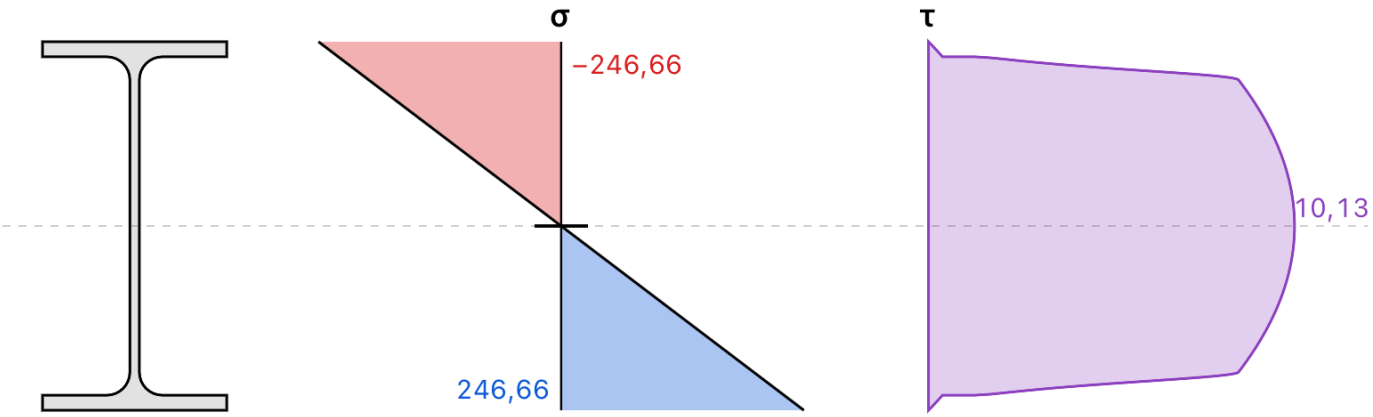
σ(z = −h/2) = −246,66 N/mm², σ(z = +h/2) = 246,66 N/mm²

z_0 = −N·I_y/(A·M) = 0,0 mm

S(0) = ∫ b(z)·z dz = 183322,7 mm³

τ_max = Q·S/(I_y·b) = 13333,3 N · 183322,7 mm³ / (3,892·10⁷ mm⁴ · 6,2 mm) = 10,13 N/mm²

S_f = b·tf·(h − tf)/2 = 135357,6 mm³: τ = 0,39 N/mm² (b = 120 mm), 1,28 N/mm² (b = 36,2 mm)



Querschnitt, σ(z) und τ(z) in N/mm² (z im Bild nach unten, von z = −h/2 bis +h/2)

Bei einem Profil aus der Tabelle sind A und I_y die tabellierten Werte der Berechnung; S und b stammen aus den Maßen des Profils mit seinen Ausrundungen.

TrussCalc ist ein Lernwerkzeug für Studierende. Prüfe die Ergebnisse von Hand oder mit anderer Software, bevor du sie für ein reales Tragwerk verwendest. Für die Richtigkeit der Ergebnisse wird keine Gewähr übernommen; für ihre Verwendung ist allein der Nutzer verantwortlich. Der Entwickler haftet unbeschränkt bei Vorsatz und grober Fahrlässigkeit, bei Verletzung des Lebens, des Körpers oder der Gesundheit sowie nach dem Produkthaftungsgesetz. Bei leichter Fahrlässigkeit haftet er nur bei Verletzung einer wesentlichen Vertragspflicht (einer Pflicht, deren Erfüllung die ordnungsgemäße Durchführung des Vertrags überhaupt erst ermöglicht und auf deren Einhaltung der Nutzer regelmäßig vertrauen darf) und nur für den vertragstypischen, vorhersehbaren Schaden; im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.